

ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΡΓΑΣΙΑ 7
ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ

1. Μια μηχανή Carnot λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών $T_h=400\text{K}$ και $T_c=300\text{K}$. Αν στη διάρκεια ενός κύκλου, η μηχανή αυτή απορροφά από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας θερμότητα $Q_h=600\text{J}$, να βρείτε το έργο που παράγει.

2. Σε μια μηχανή Carnot η θερμή δεξαμενή βρίσκεται σε θερμοκρασία $T_h=500\text{K}$ και η ψυχρή δεξαμενή σε θερμοκρασία $T_c=300\text{K}$. Σε κάθε κύκλο η μηχανή απορροφά από τη θερμή δεξαμενή θερμότητα $Q_h=6000\text{J}$. Να βρείτε :

α) Τη θερμότητα $|Q_c|$ που αποβάλλει το αέριο στη διάρκεια ενός κύκλου στην ψυχρή δεξαμενή.

β) Τον συντελεστή απόδοσης της μηχανής ϵ .

γ) Την ισχύ της μηχανής σε KW, αν εκτελεί 10 κύκλους το δευτερόλεπτο.

3. Το ιδανικό αέριο μιας θερμικής μηχανής, εκτελεί την παρακάτω κυκλική μεταβολή :

ΑΒ : ισοβαρής εκτόνωση

ΒΓ : ισόχωρη ψύξη

ΓΔ : ισοβαρής συμπίεση

ΔΑ : ισόθερμη συμπίεση,

όπου $p_A=6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $V_A=10^{-3} \text{ m}^3$, $T_A=300\text{K}$, $T_B=1800\text{K}$ και $p_\Gamma=2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

α) Να βρείτε τα p_B , V_B , V_Γ , T_Γ , p_Δ , V_Δ , T_Δ και να κάνετε το διάγραμμα p-V για την κυκλική μεταβολή του αερίου της μηχανής.

β) Να βρεθεί η θερμότητα σε κάθε μια απ' τις επιμέρους μεταβολές και με βάση αυτές να βρείτε τα Q_h , Q_c και $|Q_c|$ για τη θερμική μηχανή.

γ) Να βρείτε το συντελεστή απόδοσης της θερμικής μηχανής.

Δίνεται $\ln 3=1,1$.

4. Μια θερμική μηχανή περιέχει ποσότητα $n = \frac{2}{R}$ mol ιδανικού αερίου, η οποία

υφίσταται κυκλική μεταβολή ΑΒΓΔΑ όπου :

ΑΒ : ισόθερμη εκτόνωση,

ΒΓ : ισόχωρη ψύξη,

ΓΔ : ισόθερμη συμπίεση,

ΔΑ : ισόχωρη θέρμανση.

Αν $V_A=4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, $T_A=600\text{K}$, $V_B=8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ και $T_\Gamma=300\text{K}$ αφού κάνετε το διάγραμμα p-V να βρείτε :

α) Τη θερμότητα που προσφέρεται στο αέριο και τη θερμότητα που αποδίδει το αέριο στο περιβάλλον,

β) Τον συντελεστή απόδοσης της θερμικής μηχανής.

Στη συνέχεια να συγκρίνετε τον συντελεστή απόδοσης της μηχανής αυτής με το συντελεστή απόδοσης που θα είχε μια μηχανή Carnot αν λειτουργούσε ανάμεσα στις θερμοκρασίες T_A και T_Γ .

Δίνεται $\ln 2=0,7$.

5. Το αέριο μιας θερμικής μηχανής υφίσταται την κυκλική μεταβολή ΑΒΓΔΑ όπου :

ΑΒ : ισοβαρής εκτόνωση μέχρι να τριπλασιαστεί ο όγκος.

ΒΓ : ισόχωρη ψύξη μέχρι η θερμοκρασία του να γίνει T_A .

ΓΔ : ισοβαρής συμπίεση μέχρι ο όγκος του να γίνει V_A .

ΔΑ : ισόχωρη θέρμανση.

α) Να γίνει το διάγραμμα p-V.

β) Να βρεθεί ο συντελεστής απόδοσης αυτής της μηχανής.

- 6.** Μια ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται στην κατάσταση A, όπου έχει πίεση p_0 , όγκο V_0 και θερμοκρασία T_0 . Το αέριο υφίσταται κυκλική μεταβολή ABΓA όπου :
- AB : ισοβαρής εκτόνωση μέχρι τη θερμοκρασία $T_B=4T_0$,
 ΒΓ : αδιαβατική εκτόνωση μέχρι την κατάσταση Γ όπου $V_\Gamma = 32V_0$ και
 ΓΑ : ισόθερμη συμπίεση.
- α) Να γίνει το διάγραμμα p-V.
 β) Να βρείτε τον συντελεστή απόδοσης της θερμικής μηχανής.
 Δίνεται $\ln 2=0,7$.

- 7. α.** Να αποδείξετε ότι σε ένα κύκλο Carnot ισχύει η σχέση $\frac{V_A}{V_B} = \frac{V_\Delta}{V_\Gamma}$.

Υπόδειξη : Ένας τρόπος είναι και ο εξής : εφαρμόζουμε το νόμο του Boyle για την ισόθερμη AB (σχέση 1), το νόμο Poisson για την αδιαβατική ΒΓ (σχέση 2), το νόμο του Boyle για την ισόθερμη ΓΔ (σχέση 3) και το νόμο Poisson για την αδιαβατική ΔΑ (σχέση 4). Μετά λύνουμε την 1 ως προς p_A και αντικαθιστούμε στην 4 οπότε προκύπτει η σχέση 5. Ομοίως λύνουμε την 3 ως προς p_Γ και αντικαθιστούμε στην 2 οπότε προκύπτει η σχέση 6. Μετά διαιρούμε κατά μέλη την 5 με την 6 και κάνουμε πράξεις.

- β. Να αποδείξετε ότι σε ένα κύκλο Carnot ισχύει η σχέση $\frac{|Q_c|}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h}$.

8. Σε μια μηχανή Carnot γνωρίζουμε ότι κατά την αδιαβατική εκτόνωση ο όγκος του αερίου οκταπλασιάζεται και ότι $\gamma=5/3$. Να υπολογίσετε τον συντελεστή απόδοσης της μηχανής.

Υπόδειξη : Ένας τρόπος είναι και ο εξής : παίρνουμε το νόμο Poisson για την αδιαβατική εκτόνωση και χρησιμοποιούμε τη σχέση της προηγούμενης άσκησης.

9. Το ιδανικό αέριο μιας θερμικής μηχανής Carnot παθαίνει κυκλική μεταβολή (κύκλο) Carnot ABΓΔ όπου AB είναι η ισόθερμη εκτόνωση. Αν δίνονται ότι $p_A=64 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $V_A=10^{-3} \text{ m}^3$, $T_A=1200\text{K}$, $V_B=2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ και $T_\Gamma=300\text{K}$:

- α. Να βρεθεί ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής και το ολικό έργο που αποδίδει η μηχανή σε κάθε κύκλο.
 β. Αν η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου στην κατάσταση A είναι $u_A=600\text{m/s}$, να βρείτε την ενεργό ταχύτητα των μορίων στις καταστάσεις B, Γ και Δ.
 γ. Να βρεθεί η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στη μεταβολή ΒΓ και το έργο στη μεταβολή ΔΑ.
 δ. Αν η ισχύς της μηχανής είναι $P=168\text{KW}$, να βρείτε πόσους κύκλους εκτελεί το αέριο σε χρόνο 1min.
 Δίνονται : $\ln 2=0,7$, $\gamma=5/3$ και $1\text{KW}=10^3\text{W}$.

Από το σχολικό βιβλίο :

Από τις σελίδα 137 οι ασκήσεις **51-54** και από τις σελίδες 139-141 προβλήματα **62, 63, 66, 71, 72** (εκτός από τα ερωτήματα που έχουν εντροπία).

Λύσεις Εργασίας 7

Άσκηση 1

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \text{ άρα } e = \frac{W_{ολ}}{Q_h} \rightarrow W_{ολ} = e Q_h = \frac{1}{4} \cdot 600 = 150 \text{ J}$$

Άσκηση 2

$$\alpha, \beta) e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 0,4, \quad e = \frac{W_{ολ}}{Q_h} \rightarrow W_{ολ} = e \cdot Q_h = 2400 \text{ J}$$

$$W_{ολ} = Q_h - |Q_c| \rightarrow |Q_c| = Q_h - W_{ολ} = 3600 \text{ J}$$

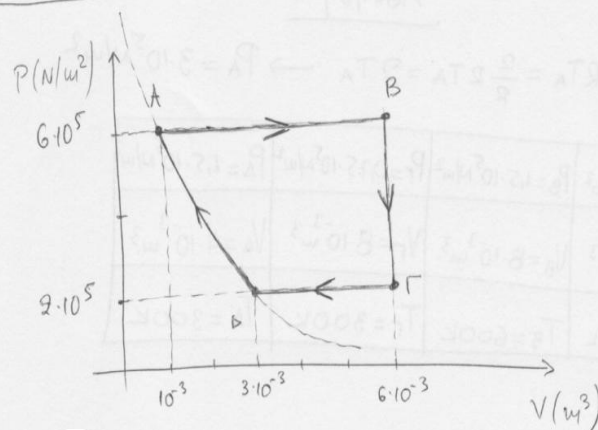
$$\delta) P = \frac{E}{t} = \frac{10 \cdot W_{ολ}}{1 \text{ s}} = \frac{36000}{1} = 36000 \text{ W} = 36 \text{ kW}$$

Άσκηση 3

α) Με βάση τους νόμους των αερίων φτιάχνουμε τον παρακάτω πίνακα:

$P_A = 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$	$P_B = 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$	$P_\Gamma = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$	$P_\Delta = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$
$V_A = 10^{-3} \text{ m}^3$	$V_B = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$	$V_\Gamma = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$	$V_\Delta = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
$T_A = 300 \text{ K}$	$T_B = 1800 \text{ K}$	$T_\Gamma = 600 \text{ K}$	$T_\Delta = 300 \text{ K}$

β)



$$\text{Είπαι } \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} nR(T_B - T_A) = \frac{3}{2} P_A (V_B - V_A) = 4500 \text{ J},$$

$$W_{AB} = P_A (V_B - V_A) = 3000 \text{ J}, \quad Q_{AB} = 7500 \text{ J}.$$

$$W_{B\Gamma} = 0, \quad \Delta U_{B\Gamma} = \frac{3}{2} V_B (P_\Gamma - P_B) = -3600 \text{ J}, \quad Q_{B\Gamma} = -3600 \text{ J}.$$

$$\Delta U_{\Gamma\Delta} = \frac{3}{2} P_\Gamma (V_\Delta - V_\Gamma) = -900 \text{ J}, \quad W_{\Gamma\Delta} = P_\Gamma (V_\Delta - V_\Gamma) = -600 \text{ J},$$

$$Q_{\Gamma\Delta} = -1500 \text{ J}.$$

$$\Delta U_{\Delta A} = 0, \quad W_{\Delta A} = nRT_A \ln \frac{V_A}{V_\Delta} = 600 \ln \frac{1}{3} = -600 \ln 3 = -660 \text{ J},$$

$$Q_{\Delta A} = -660 \text{ J}.$$

$$Q_h = Q_{AB} = 7500 \text{ J}, \quad Q_c = Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma\Delta} + Q_{\Delta A} = -5760 \text{ J},$$

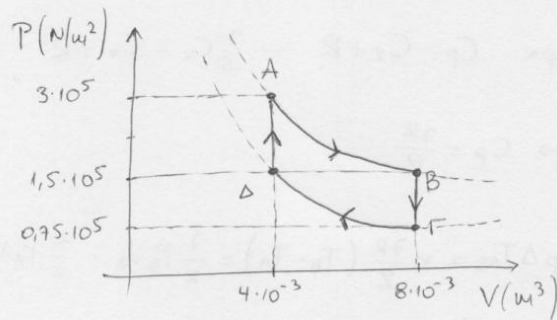
$$W_{\text{ολ}} = Q_h - |Q_c| = 1740 \text{ J}.$$

$$\gamma) \quad e = \frac{W_{\text{ολ}}}{Q_h} = 0,232 \text{ ή } 23,2\%.$$

Αγκηγυ 4

$$P_A V_A = n R T_A = \frac{2}{R} R T_A = 2 T_A \rightarrow P_A = 3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$P_A = 3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$	$P_B = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$	$P_\Gamma = 0,75 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$	$P_\Delta = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$
$V_A = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$	$V_B = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$	$V_\Gamma = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$	$V_\Delta = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
$T_A = 600 \text{ K}$	$T_B = 600 \text{ K}$	$T_\Gamma = 300 \text{ K}$	$T_\Delta = 300 \text{ K}$



$$\alpha) Q_h = Q_{AB} + Q_{\Delta A} \quad Q_{AB} = W_{AB} = n R T_A \ln \frac{V_B}{V_A} = P_A V_A \ln \frac{V_B}{V_A} = 840 \text{ J}$$

$$Q_{\Delta A} = n C_v \Delta T_{\Delta A} = \frac{3}{2} n R (T_A - T_{\Delta}) = \frac{3}{2} V_{\Delta} (P_A - P_{\Delta}) = 900 \text{ J}$$

$$\text{οπ} Q_h = 1740 \text{ J}$$

$$Q_c = Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma\Delta} \quad Q_{B\Gamma} = n C_v \Delta T_{B\Gamma} = \frac{3}{2} n R (T_{\Gamma} - T_B) = \frac{3}{2} V_{\Gamma} (P_{\Gamma} - P_B) = -900 \text{ J}$$

$$Q_{\Gamma\Delta} = W_{\Gamma\Delta} = n R T_{\Delta} \ln \left(\frac{V_{\Delta}}{V_{\Gamma}} \right) = P_{\Delta} V_{\Delta} \ln \left(\frac{V_{\Delta}}{V_{\Gamma}} \right) = 600 \ln \frac{1}{2} = -600 \ln 2 = -420 \text{ J}$$

$$\text{οπ} Q_c = -1320 \text{ J}$$

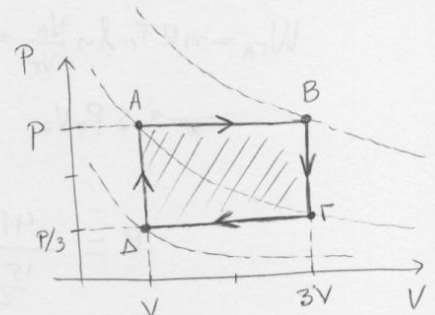
$$\beta) W_{\text{ολ}} = Q_h - |Q_c| = 1740 - 1320 = 420 \text{ J}$$

$$\text{οπ} e = \frac{W_{\text{ολ}}}{Q_h} = \frac{420}{1740} \approx 0,24 = 24\%$$

Η μηχανή Carnot με θερμοκρασίες $T_h = 600 \text{ K}$ και $T_c = 300 \text{ K}$ έχει απόδοση $e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$

Άσκηση 5

$P_A = P$	$P_B = P$	$P_{\Gamma} = P/3$	$P_{\Delta} = P/3$
$V_A = V$	$V_B = 3V$	$V_{\Gamma} = 3V$	$V_{\Delta} = V$
$T_A = T$	$T_B = 3T$	$T_{\Gamma} = T$	$T_{\Delta} = T/3$



$$\text{Είναι } \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} P(3V - V) = \frac{3}{2} P2V = 3PV, W_{AB} = 2PV, Q_{AB} = 5PV.$$

$$W_{B\Gamma} = 0, \Delta U_{B\Gamma} = \frac{3}{2} 3V\left(\frac{P}{3} - P\right) = -3PV, Q_{B\Gamma} = -3PV$$

$$\Delta U_{\Gamma\Delta} = \frac{3}{2} \frac{P}{3} (-2V) = -PV, W_{\Gamma\Delta} = \frac{P}{3} (-2V) = -\frac{2PV}{3}, Q_{\Gamma\Delta} = -\frac{5PV}{3}$$

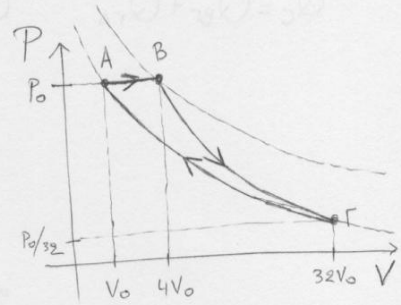
$$W_{\Delta A} = 0, \Delta U_{\Delta A} = \frac{3}{2} V\left(P - \frac{P}{3}\right) = PV, Q_{\Delta A} = PV.$$

$$Q_h = Q_{AB} + Q_{\Delta A} = 6PV, Q_c = Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma\Delta} = -\frac{14PV}{3}, W_{ολ} = Q_h - |Q_c| = \frac{4PV}{3}$$

$$e = \frac{W_{ολ}}{Q_h} = \frac{4PV}{3}$$

Άσκηση 6

$P_A = P_0$	$P_B = P_0$	$P_\Gamma = P_0/32$
$V_A = V_0$	$V_B = 4V_0$	$V_\Gamma = 32V_0$
$T_A = T_0$	$T_B = 4T_0$	$T_\Gamma = T_0$



$$Q_h = Q_{AB} = n C_p \Delta T_{AB} = n \frac{5}{2} R (T_B - T_A) = \frac{5}{2} P_B V_B - \frac{5}{2} P_A V_A = \frac{5}{2} P_0 3V_0 =$$

$$= \frac{15}{2} P_0 V_0, W_{AB} = P_0 \cdot 3V_0 = 3P_0 V_0, W_{B\Gamma} = \frac{P_\Gamma V_\Gamma - P_B V_B}{1-\gamma} =$$

$$= \frac{P_0 V_0 - 4P_0 V_0}{1-5/3} = \frac{-3P_0 V_0}{-2/3} = \frac{9}{2} P_0 V_0 = 4,5 P_0 V_0$$

$$W_{\Gamma A} = n R T_\Gamma \ln \frac{V_A}{V_\Gamma} = P_\Gamma V_\Gamma \ln \frac{V_0}{32V_0} = P_0 V_0 \ln 2^{-5} = -5 P_0 V_0 \cdot 0,7$$

$$= -3,5 P_0 V_0 \quad \text{οπότε } W_{ολ} = 3P_0 V_0 + 4,5 P_0 V_0 - 3,5 P_0 V_0 = 4 P_0 V_0$$

$$e = \frac{4 P_0 V_0}{\frac{15}{2} P_0 V_0} = \frac{8}{15}$$

Άσκηση 7

a) Σύμφωνα με την υπόδειξη :

$$P_A V_A = P_B V_B \quad (1) \rightarrow P_A = \frac{P_B V_B}{V_A}$$

$$P_B V_B^\gamma = P_\Gamma V_\Gamma^\gamma \quad (2)$$

$$P_\Gamma V_\Gamma = P_\Delta V_\Delta \quad (3) \rightarrow P_\Gamma = \frac{P_\Delta V_\Delta}{V_\Gamma}$$

$$P_\Delta V_\Delta^\gamma = P_A V_A^\gamma \quad (4)$$

$$(4) \rightarrow P_\Delta V_\Delta^\gamma = \frac{P_B V_B}{V_A} V_A^\gamma \rightarrow P_\Delta V_\Delta^\gamma = P_B V_B V_A^{\gamma-1} \quad (5)$$

$$(2) \rightarrow P_B V_B^\gamma = \frac{P_\Delta V_\Delta}{V_\Gamma} V_\Gamma^\gamma \rightarrow P_B V_B^\gamma = P_\Delta V_\Delta V_\Gamma^{\gamma-1} \quad (6)$$

$$\frac{(5)}{(6)} \rightarrow \frac{P_B V_B V_A^{\gamma-1}}{P_B V_B^\gamma} = \frac{P_\Delta V_\Delta^\gamma}{P_\Delta V_\Delta V_\Gamma^{\gamma-1}} \rightarrow V_B^{1-\gamma} \cdot V_A^{\gamma-1} = V_\Delta^{\gamma-1} \cdot V_\Gamma^{1-\gamma}$$

$$\rightarrow \frac{V_A^{\gamma-1}}{V_B^{\gamma-1}} = \frac{V_\Delta^{\gamma-1}}{V_\Gamma^{\gamma-1}} \rightarrow \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_\Delta}{V_\Gamma}\right)^{\gamma-1} \rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{V_\Delta}{V_\Gamma} \quad (7)$$

$$\beta) \frac{|Q_c|}{Q_h} = \frac{|Q_{c\Delta}|}{Q_{AB}} = \frac{\ln R T_c \ln \frac{V_\Delta}{V_\Gamma}}{n R T_h \ln \frac{V_B}{V_A}} = \frac{-n R T_c \ln \frac{V_\Delta}{V_\Gamma}}{n R T_h \ln \frac{V_B}{V_A}} = \frac{T_c \ln \left(\frac{V_\Delta}{V_\Gamma}\right)^{-1}}{T_h \ln \left(\frac{V_B}{V_A}\right)}$$

$$\underline{\underline{\text{7)}}} \frac{T_c \ln \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{-1}}{T_h \ln \left(\frac{V_B}{V_A}\right)} = \frac{T_c \ln \frac{V_B}{V_A}}{T_h \ln \frac{V_B}{V_A}} = \frac{T_c}{T_h}$$

Άσκηση 8

$$V_\Gamma = 8V_B \quad \text{άρα} \quad P_B V_B^\gamma = P_\Gamma V_\Gamma^\gamma \rightarrow \frac{n R T_B}{V_B} V_B^\gamma = \frac{n R T_\Gamma}{V_\Gamma} V_\Gamma^\gamma \rightarrow$$

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_\Gamma V_\Gamma^{\gamma-1} \rightarrow T_B V_B^{\gamma-1} = T_\Gamma (8V_B)^{\gamma-1} \rightarrow \frac{T_h}{T_c} = \left(\frac{8V_B}{V_B}\right)^{\gamma-1} = 8^{\gamma-1}$$

$$= 8^{2/3} = (2^3)^{2/3} = 2^2 = 4 \quad \text{άρα} \quad T_h = 4T_c \quad \text{και} \quad e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{T_c}{4T_c}$$

$$\rightarrow e = 3/4 \quad (75\%)$$

Άσκηση 9

a) $e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{3}{12} = \frac{3}{4}$, $Q_h = Q_{AB} = nRT_h \ln \frac{V_B}{V_A} = P_A V_A \ln \frac{V_B}{V_A}$
 $= 6400 \cdot \ln 2 = 6400 \cdot 0,7 = 4480 \text{ J}$ $\alpha \rho \alpha e = \frac{W_{ολ}}{Q_h} \rightarrow W_{ολ} = 3360 \text{ J}$

β) $v_A = v_B$ και $v_r = v_\Delta$
 $v_A = \sqrt{\frac{3RT_A}{M}}$, $v_r = \sqrt{\frac{3RT_r}{M}}$ $\alpha \rho \alpha \frac{v_A}{v_r} = \sqrt{\frac{T_A}{T_r}} = \sqrt{4} = 2 \rightarrow v_r = \frac{v_A}{2} = 300 \text{ m/s}$

γ) $P_A V_A = nRT_A \rightarrow nR = \frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{6400}{1200} = \frac{64}{12} = \frac{16}{3}$
 $\Delta U_{Br} = n C_v \Delta T_{Br} = n \frac{3}{2} R (T_r - T_B) = \frac{3}{2} \cdot \frac{16}{3} (300 - 1200) = 8 \cdot (-900)$
 $= -7200 \text{ J}$

~~$W_{ολ} = Q_h - |Q_c| \rightarrow |Q_c| = Q_h - W_{ολ} = 4480 - 3360 = 1120 \text{ J}$~~
 ~~$\alpha \rho \alpha Q_c = -1120 \text{ J}$ είναι $Q_c = Q_{r\Delta}$~~

$\Delta U_{\Delta A} = -\Delta U_{Br} = 7200 \text{ J}$ $\alpha \rho \alpha W_{\Delta A} = -\Delta U_{\Delta A} = -7200 \text{ J}$

δ) $P = \frac{E}{t} = \frac{NW_{ολ}}{t} \rightarrow N = \frac{Pt}{W_{ολ}} = \frac{168 \cdot 10^3 \cdot 60}{3360} = 3 \cdot 10^3 = 3000$